

ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО ВЫПОЛНЕНИЯ

Задача №1. Вычислить следующие пределы (не пользуясь правилом Лопиталья).

$$1) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - 2x^2 + 3}{4x^2 + 3x + 2};$$

$$2) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 2}{3x^2 + 2x - 1};$$

$$3) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 - 3x - 2}{x^2 + 3x + 10};$$

$$4) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{3x^2 + 8x + 5}{3x^2 + 9x + 6};$$

$$5) \lim_{x \rightarrow -3} \frac{\sqrt{x+4} - 1}{x^2 - 9};$$

$$6) \lim_{x \rightarrow 7} \frac{2 - \sqrt{x-3}}{x^2 - 49};$$

$$7) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 4x}{x^2};$$

$$8) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{\operatorname{tg} 2x};$$

$$9) \lim_{x \rightarrow 0} (1 + 4x)^{\frac{2}{x}}.$$

$$10) \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x-1}{x+3} \right)^{x+2};$$

Задача №2. Заданную функцию $y = f(x)$ исследовать на непрерывность и выяснить характер точек разрыва. Сделать схематический график

$$1) f(x) = 4^{\frac{1}{2-x}}$$

$$2) f(x) = \begin{cases} x^2, & \text{при } x < 0 \\ \operatorname{tg} \frac{x}{2}, & \text{при } 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2} \\ 1, & \text{при } x > \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

Задача №3. Найти первую производную y'_x заданных функций:

$$1) y = \frac{2(3x^3 + 4x^2 - x - 2)}{15\sqrt{x+1}};$$

$$2) y = x - \ln(2 + e^x + 2\sqrt{e^{2x} + e^x + 1});$$

$$3) y = \sin \sqrt{3} + \frac{1}{3} \cdot \frac{\sin^2 3x}{\cos 6x};$$

$$4) y = \operatorname{arctg} \left(\frac{\operatorname{tg} x - \operatorname{ctg} x}{\sqrt{2}} \right).$$

Задача №5. Найти первую производную y'_x заданных функций:

1) $y = (\operatorname{arctg} x)^{(1/2)\ln(\operatorname{arctg} x)}$;

2) $y = x \cdot e^y$;

3)
$$\begin{cases} x = \frac{3t^2 + 1}{3t^3}, \\ y = \sin\left(\frac{t^3}{3} + t\right) \end{cases}$$

Задача №5. Выполнить полное исследование заданных функций и построить их графики:

1) $y = \frac{x^3 + 4}{x^2}$;

2) $y = \frac{e^{2x}}{2x}$;

3) $y = x^3 - 3x^2 + 3$.

Вариант №2

Задача №1. Вычислить следующие пределы (не пользуясь правилом Лопиталья).

1) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 + 3x + 2}{x^4 - 2x^2 + x}$;

2) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^4 + 2x + 1}{5x^4 + 3x + 2}$;

3) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{3x^2 + 2x - 1}{x^2 + 3x + 2}$;

4) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 2x - 8}{2x^2 - 7x + 6}$;

5) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 2x}{\sqrt{2x + 5} - 3}$;

6) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{1 + x} - 1}{x^2}$;

7) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{\operatorname{tg} 2x}$

8) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cdot \operatorname{tg} x}{1 - \cos 2x}$;

9) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{5}{x}\right)^{3x}$.

10) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x}{x+1}\right)^x$.

Задача №2. Заданную функцию $y = f(x)$ исследовать на непрерывность и выяснить характер точек разрыва. Сделать схематический график

1) $f(x) = e^{-\frac{1}{x+2}}$

2) $f(x) = \begin{cases} x + 2, & \forall x < 0 \\ \sqrt{x}, & \forall 0 \leq x \leq 4 \\ 6 - x, & \forall x > 4 \end{cases}$

Задача №3. Найти первую производную y'_x заданных функций:

1) $y = \frac{(2x^2 - 1)\sqrt{x^2 + 1}}{3x^3};$

2) $y = e^{2x} \cdot \frac{(2 - \sin 2x - \cos 2x)}{8};$

3) $y = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1});$

4) $y = \arcsin\left(\frac{\sqrt{x} - 2}{\sqrt{5x}}\right).$

Задача №4. Найти первую производную y'_x заданных функций:

1) $y = (\sin \sqrt{x})^{\ln(\sin \sqrt{x})};$

2) $y = \cos(x^2 + y);$

3) $\begin{cases} x = \sqrt{1 - t^2}, \\ y = \operatorname{tg} \sqrt{1 + t} \end{cases}$

Задача №5. Выполнить полное исследование заданных функций и построить их графики:

1) $y = \frac{x^2 - x + 1}{x - 1};$

2) $y = x^3 e^{-3x};$

3) $y = 1 + 3x + x^2 - \frac{x^3}{3}.$

ЛИТЕРАТУРА: [2], [4], [17], [18], [24]