

## Вариант №1 контрольной работы №2

**Задача №1.** Вычислить неопределенные интегралы:

$$\text{а) } \int \frac{7x^3 + 40x - 96}{2x^4 + 5x^3 - 12x^2} dx; \quad \text{б) } \int \frac{dx}{x\sqrt{x^2 - 16}}; \quad \text{в) } \int x^2 \cos 4x dx.$$

**Задача №2.** Вычислить определенный интеграл:

$$\int_0^3 \frac{4x dx}{\sqrt[3]{(3x-8)^2} - 2\sqrt[3]{3x-8} + 4}.$$

**Задача №3.** Вычислить площадь фигуры, ограниченной параболой:

$$y = \frac{x^2}{2} - x + 1 \qquad y = -\frac{x^2}{2} + 3x + 6.$$

**Задача №4.** Вычислить несобственный интеграл, или установить его расходимость:

$$\int_1^{\infty} \frac{dx}{x^2 + 4x + 13}.$$

**Задача №5.** Исследовать функцию  $z = f(x, y)$  на экстремум: \_

$$z = xy - x^2 - 2y^2 + x + 10y - 8.$$

**Задача №6.** Найти общее решение (общий интеграл) дифференциального уравнения:

$$y' = \frac{8x + 5y}{5x - 2y}.$$

**Задача №7.** Дано дифференциальное уравнение второго порядка, которое допускает понижение порядка. Найти частное решение, которое удовлетворяет заданным начальным условиям.

$$xy'' - y' - x^2 = 0, \quad y(1) = \frac{4}{3}, \quad y'(1) = 3.$$

**Задача №8.** Задано линейное неоднородное дифференциальное уравнение второго порядка с постоянными коэффициентами. Найти частное решение, которое удовлетворяет приведенным начальным условиям.

$$y'' - 2y' - 8y = 16x^2 + 2, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 5.$$

**Задача №9** Решить систему уравнений и найти частные решения, которые удовлетворяют приведенным начальным условиям.

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 2x + y, \\ \frac{dy}{dt} = x + 2y, \end{cases} \quad x(0) = 1, \quad y(0) = 3.$$

**Вопрос для самопроверки и контроля знаний.**

1. Дайте определение первообразной и неопределенному интегралу.
2. Запишите таблицу интегралов.
3. Сформулируйте методы замены переменной и интегрирования по частям.
4. Сформулируйте правило интегрирования самых простых рациональных дробей.
5. Как вычисляют  $\int R(\sin x, \cos x) dx$  с помощью универсальной тригонометрической подстановки?
6. Методы вычисления интегралов вида  $\int \sin^m x \cos^n x dx$   $\int \sin ax \cos bx dx$ .
7. Дайте определение определенному интегралу. Сформулируйте его геометрические свойства.
8. Правило вычисления определенного интеграла. Формула Ньютона — Лейбница.
9. Замена переменной и интегрирование по частям в определенном интеграле.
10. Приведите примеры применения определенных интегралов.
11. Дайте определение и сформулируйте правило вычисления несобственного интеграла с бесконечными пределами интегрирования.
12. Дайте определение и сформулируйте правило вычисления несобственного интеграла от неограниченных функций.
13. Дайте определение функции многих переменных. Предел. Непрерывность.
14. Частные производные, дифференциал функции многих переменных.
15. Правило исследования функции многих переменных на экстремум.
16. Запишите уравнение касательной плоскости и нормали к поверхности  $F(x, y, z) = 0$  в точке  $M_0(x_0; y_0; z_0)$ .
17. Дайте определение дифференциального уравнения. Порядок дифференциального уравнения. Общее решение. Задача Коши.
18. Дифференциальные уравнения первого порядка с разделяемыми переменными.
19. Однородные дифференциальные уравнения первого порядка.
20. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка.
21. Дифференциальные уравнения высших порядков, которые допускают понижение порядка:  $y^{(n)} = f(x)$ ;  $F(x, y, y') = 0$ ;  $F(y, y', y'') = 0$ .
22. Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Общее решение.
23. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Общее решение.
24. Системы линейных дифференциальных уравнений первого порядка.

## Вариант №2 контрольной работы №2

**Задача №1.** Вычислить неопределенные интегралы:

$$\text{а) } \int \frac{4x^4 - 4x^3 + x^2 + 5}{4x^3 + 4x^2 + 5x} dx; \quad \text{б) } \int \frac{\sqrt{1-x^2}}{x^2} dx; \quad \text{в) } \int \arccos 4x dx.$$

**Задача №2.** Вычислить определенный интеграл:

$$\int_{-1\sqrt[3]{7x+8}}^0 \frac{(7x+16)dx}{\sqrt[3]{(7x+8)^2} - 2\sqrt[3]{7x+8}}.$$

**Задача №3.** Вычислить площадь фигуры, ограниченной эллипсом:

$$x = a \cos t, \text{ но } y = b \sin t.$$

**Задача №4.** Вычислить несобственный интеграл, или установить его расходимость:

$$\int_0^{\infty} x^2 e^{-x^2} dx.$$

**Задача №5.** Исследовать функцию  $z = f(x, y)$  на экстремум:

$$z = 3x^2 + 3xy + y^2 - 6x - 2y + 1.$$

**Задача №6.** Найти общее решение (общий интеграл) дифференциального уравнения:

$$y' = \frac{y}{x} - \operatorname{tg} \frac{y}{x}.$$

**Задача №7.** Дано дифференциальное уравнение второго порядка, которое допускает понижение порядка. Найти частное решение, которое удовлетворяет заданным начальным условиям.

$$y'' = \frac{x}{\sqrt{(1-x^2)^3}}, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 2.$$

**Задача №8.** Задано линейное неоднородное дифференциальное уравнение второго порядка с постоянными коэффициентами. Найти частное решение, которое удовлетворяет приведенным начальным условиям.

$$y'' + 4y = 3 \cos x, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 2.$$

**Задача №9** Решить систему уравнений и найти частные решения, которые удовлетворяют приведенным начальным условиям.

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = x + 5y, \\ \frac{dy}{dt} = -x - 3y, \end{cases} \quad x(0) = 0, \quad y(0) = 1.$$

**Вопрос для самопроверки и контроля знаний.**

1. Дайте определение первообразной и неопределенному интегралу.
2. Запишите таблицу интегралов.
3. Сформулируйте методы замены переменной и интегрирования по частям.
4. Сформулируйте правило интегрирования самых простых рациональных дробей.
5. Как вычисляют  $\int R(\sin x, \cos x) dx$  с помощью универсальной тригонометрической подстановки?
6. Методы вычисления интегралов вида  $\int \sin^m x \cos^n x dx$   $\int \sin ax \cos bx dx$ .
7. Дайте определение определенному интегралу. Сформулируйте его геометрические свойства.
8. Правило вычисления определенного интеграла. Формула Ньютона — Лейбница.
9. Замена переменной и интегрирование по частям в определенном интеграле.
10. Приведите примеры применения определенных интегралов.
11. Дайте определение и сформулируйте правило вычисления несобственного интеграла с бесконечными пределами интегрирования.
12. Дайте определение и сформулируйте правило вычисления несобственного интеграла от неограниченных функций.
13. Дайте определение функции многих переменных. Предел. Непрерывность.
14. Частные производные, дифференциал функции многих переменных.
15. Правило исследования функции многих переменных на экстремум.
16. Запишите уравнение касательной плоскости и нормали к поверхности  $F(x, y, z) = 0$  в точке  $M_0(x_0; y_0; z_0)$ .
17. Дайте определение дифференциального уравнения. Порядок дифференциального уравнения. Общее решение. Задача Коши.
18. Дифференциальные уравнения первого порядка с разделяемыми переменными.
19. Однородные дифференциальные уравнения первого порядка.
20. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка.
21. Дифференциальные уравнения высших порядков, которые допускают понижение порядка:  $y^{(n)} = f(x)$ ;  $F(x, y, y') = 0$ ;  $F(y, y', y'') = 0$ .
22. Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Общее решение.
23. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Общее решение.
24. Системы линейных дифференциальных уравнений первого порядка.

### Вариант №3 контрольной работы №2

**Задача №1.** Вычислить неопределенные интегралы:

a)  $\int \frac{3x^2 + 4x}{(x-2)^2(x^2+4)} dx;$       б)  $\int \frac{\sqrt{x^2-4}}{x} dx;$       в)  $\int e^{-x} \sin x dx.$

**Задача №2.** Вычислить определенный интеграл:

$$\int_0^3 \frac{15x dx}{\sqrt[4]{(5x+1)^3} + \sqrt[4]{5x+1}}.$$

**Задача №3.** Найти объем тела, образованного вращением вокруг вехе  $Ox$  фигуры, ограниченной параболой  $y = \frac{1}{4}x^2$ , прямой  $x = 4$  и осью  $Ox$ .

**Задача №4.** Вычислить несобственный интеграл, или установить его расходимость:

$$\int_0^3 \frac{dx}{(x-3)^2}.$$

**Задача №5.** Исследовать функцию  $z = f(x, y)$  на экстремум:

$$z = 3xy - x^2 - 4y^2 + 4x - 6y - 1.$$

**Задача №6.** Найти общее решение (общий интеграл) дифференциального уравнения:

$$xy' + y \ln \frac{y}{x} = 0.$$

**Задача №7.** Дано дифференциальное уравнение второго порядка, которое допускает понижение порядка. Найти частное решение, которое удовлетворяет заданным начальным условиям.

$$xy'' = \ln x + 1, \quad y(1) = 0, \quad y'(1) = 0.$$

**Задача №8.** Задано линейное неоднородное дифференциальное уравнение второго порядка с постоянными коэффициентами. Найти частное решение, которое удовлетворяет приведенным начальным условиям.

$$y'' - y' - 2y = 3e^{2x}, \quad y(0) = 2, \quad y'(0) = 5.$$

**Задача №9** Решить систему уравнений и найти частные решения, которые удовлетворяют приведенным начальным условиям.

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 4x - y, \\ \frac{dy}{dt} = x + 2y, \end{cases} \quad x(0) = 0, \quad y(0) = 1.$$

### ***Вопрос для самопроверки и контроля знаний.***

1. Дайте определение первообразной и неопределенному интегралу.
2. Запишите таблицу интегралов.
3. Сформулируйте методы замены переменной и интегрирования по частям.
4. Сформулируйте правило интегрирования самых простых рациональных дробей.
5. Как вычисляют  $\int R(\sin x, \cos x) dx$  с помощью универсальной тригонометрической подстановки?
6. Методы вычисления интегралов вида  $\int \sin^m x \cos^n x dx$   $\int \sin ax \cos bx dx$ .
7. Дайте определение определенному интегралу. Сформулируйте его геометрические свойства.
8. Правило вычисления определенного интеграла. Формула Ньютона — Лейбница.
9. Замена переменной и интегрирование по частям в определенном интеграле.
10. Приведите примеры применения определенных интегралов.
11. Дайте определение и сформулируйте правило вычисления несобственного интеграла с бесконечными пределами интегрирования.
12. Дайте определение и сформулируйте правило вычисления несобственного интеграла от неограниченных функций.
13. Дайте определение функции многих переменных. Предел. Непрерывность.
14. Частные производные, дифференциал функции многих переменных.
15. Правило исследования функции многих переменных на экстремум.
16. Запишите уравнение касательной плоскости и нормали к поверхности  $F(x, y, z) = 0$  в точке  $M_0(x_0; y_0; z_0)$ .
17. Дайте определение дифференциального уравнения. Порядок дифференциального уравнения. Общее решение. Задача Коши.
18. Дифференциальные уравнения первого порядка с разделяемыми переменными.
19. Однородные дифференциальные уравнения первого порядка.
20. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка.
21. Дифференциальные уравнения высших порядков, которые допускают понижение порядка:  $y^{(n)} = f(x)$ ;  $F(x, y, y') = 0$ ;  $F(y, y', y'') = 0$ .
22. Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Общее решение.
23. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Общее решение.
24. Системы линейных дифференциальных уравнений первого порядка.

## Вариант №4 контрольной работы №2

**Задача №1.** Вычислить неопределенные интегралы:

а)  $\int \frac{x^4 - 2}{x^3 + x} dx;$

б)  $\int \frac{dx}{x^2 \sqrt{x^2 + 1}};$

в)  $\int x^2 e^{-3x} dx.$

**Задача №2.** Вычислить определенный интеграл:

$$\int_0^5 \frac{3dx}{\sqrt{3x+1} + \sqrt[4]{3x+1}}.$$

**Задача №3.** Найти длину дуги кривой  $y = \ln x$  от  $x_1 = \frac{3}{4}$  к  $x_2 = 2.4$ .

**Задача №4.** Вычислить несобственный интеграл, или установить его расходимость:

$$\int_2^{10} \frac{dx}{\sqrt[3]{(x-2)^2}}.$$

**Задача №5.** Исследовать функцию  $z = f(x, y)$  на экстремум: \_

$$z = 3x^2 + 3y^2 + 5xy + 4x + 7y + 5.$$

**Задача №6.** Найти общее решение (общий интеграл) дифференциального уравнения:

$$xy' = y + \sqrt{x^2 - y^2}.$$

**Задача №7.** Дано дифференциальное уравнение второго порядка, которое допускает понижение порядка. Найти частное решение, которое удовлетворяет заданным начальным условиям.

$$y'' = \frac{x}{\sqrt{(1-4x^2)^3}}, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 0.$$

**Задача №8.** Задано линейное неоднородное дифференциальное уравнение второго порядка с постоянными коэффициентами. Найти частное решение, которое удовлетворяет приведенным начальным условиям.

$$y'' - 2y' = 2x + 1, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 1.$$

**Задача №9** Решить систему уравнений и найти частные решения, которые удовлетворяют приведенным начальным условиям.

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = x - y, \\ \frac{dy}{dt} = x + 3y, \end{cases} \quad x(0) = 0, \quad y(0) = 1.$$

**Вопрос для самопроверки и контроля знаний.**

1. Дайте определение первообразной и неопределенному интегралу.
2. Запишите таблицу интегралов.
3. Сформулируйте методы замены переменной и интегрирования по частям.
4. Сформулируйте правило интегрирования самых простых рациональных дробей.
5. Как вычисляют  $\int R(\sin x, \cos x) dx$  с помощью универсальной тригонометрической подстановки?
6. Методы вычисления интегралов вида  $\int \sin^m x \cos^n x dx$   $\int \sin ax \cos bx dx$ .
7. Дайте определение определенному интегралу. Сформулируйте его геометрические свойства.
8. Правило вычисления определенного интеграла. Формула Ньютона — Лейбница.
9. Замена переменной и интегрирование по частям в определенном интеграле.
10. Приведите примеры применения определенных интегралов.
11. Дайте определение и сформулируйте правило вычисления несобственного интеграла с бесконечными пределами интегрирования.
12. Дайте определение и сформулируйте правило вычисления несобственного интеграла от неограниченных функций.
13. Дайте определение функции многих переменных. Предел. Непрерывность.
14. Частные производные, дифференциал функции многих переменных.
15. Правило исследования функции многих переменных на экстремум.
16. Запишите уравнение касательной плоскости и нормали к поверхности  $F(x, y, z) = 0$  в точке  $M_0(x_0; y_0; z_0)$ .
17. Дайте определение дифференциального уравнения. Порядок дифференциального уравнения. Общее решение. Задача Коши.
18. Дифференциальные уравнения первого порядка с разделяемыми переменными.
19. Однородные дифференциальные уравнения первого порядка.
20. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка.
21. Дифференциальные уравнения высших порядков, которые допускают понижение порядка:  $y^{(n)} = f(x)$ ;  $F(x, y, y') = 0$ ;  $F(y, y', y'') = 0$ .
22. Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Общее решение.
23. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Общее решение.
24. Системы линейных дифференциальных уравнений первого порядка.



## Вариант №5 контрольной работы №2

**Задача №1.** Вычислить неопределенные интегралы:

а)  $\int \frac{x^2 + 5}{2x^3 - x^2 - 10x} dx;$       б)  $\int \frac{x-1}{\sqrt{4x^2 - 4x + 3}} dx;$       в)  $\int \frac{dx}{1 + \sin x}.$

**Задача №2.** Вычислить определенный интеграл:

$$\int_1^2 \frac{5x dx}{\sqrt{5x^2 - 4} + \sqrt[4]{5x^2 - 4}}.$$

**Задача №3.** Найти площадь поверхности, которая образована вращением вокруг оси  $Ox$  параболы  $y^2 = 2x + 1$  от  $x_1 = 1$  к  $x_2 = 7$ .

**Задача №4.** Вычислить несобственный интеграл, или установить его расходимость:

$$\int_2^4 \frac{dx}{x^2 - 4}.$$

**Задача №5.** Исследовать функцию  $z = f(x, y)$  на экстремум: \_

$$z = 3xy - x^2 - 3y^2 - 6x + 9y - 4.$$

**Задача №6.** Найти частное решение дифференциального уравнения, которое удовлетворяет приведенным начальным условиям:

$$y' \cos^2 x + y = \operatorname{tg} x, \quad y(0) = -1.$$

**Задача №7.** Дано дифференциальное уравнение второго порядка, которое допускает понижение порядка. Найти частное решение, которое удовлетворяет заданным начальным условиям.

$$xy'' - y' = x^2 \cos x, \quad y(\pi/2) = 1, \quad y'(\pi/2) = \pi/2.$$

**Задача №8.** Задано линейное неоднородное дифференциальное уравнение второго порядка с постоянными коэффициентами. Найти частное решение, которое удовлетворяет приведенным начальным условиям.

$$y'' - 2y' + y = 9e^{-2x} + 2x - 4, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 1.$$

**Задача №9** Решить систему уравнений и найти частные решения, которые удовлетворяют приведенным начальным условиям.

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = y + e^{3t}, \\ \frac{dy}{dt} = x + 5e^{3t}, \end{cases} \quad x(0) = 2, \quad y(0) = 3.$$

**Вопрос для самопроверки и контроля знаний.**

1. Дайте определение первообразной и неопределенному интегралу.
2. Запишите таблицу интегралов.
3. Сформулируйте методы замены переменной и интегрирования по частям.
4. Сформулируйте правило интегрирования самых простых рациональных дробей.
5. Как вычисляют  $\int R(\sin x, \cos x) dx$  с помощью универсальной тригонометрической подстановки?
6. Методы вычисления интегралов вида  $\int \sin^m x \cos^n x dx$   $\int \sin ax \cos bx dx$ .
7. Дайте определение определенному интегралу. Сформулируйте его геометрические свойства.
8. Правило вычисления определенного интеграла. Формула Ньютона — Лейбница.
9. Замена переменной и интегрирование по частям в определенном интеграле.
10. Приведите примеры применения определенных интегралов.
11. Дайте определение и сформулируйте правило вычисления несобственного интеграла с бесконечными пределами интегрирования.
12. Дайте определение и сформулируйте правило вычисления несобственного интеграла от неограниченных функций.
13. Дайте определение функции многих переменных. Предел. Непрерывность.
14. Частные производные, дифференциал функции многих переменных.
15. Правило исследования функции многих переменных на экстремум.
16. Запишите уравнение касательной плоскости и нормали к поверхности  $F(x, y, z) = 0$  в точке  $M_0(x_0; y_0; z_0)$ .
17. Дайте определение дифференциального уравнения. Порядок дифференциального уравнения. Общее решение. Задача Коши.
18. Дифференциальные уравнения первого порядка с разделяемыми переменными.
19. Однородные дифференциальные уравнения первого порядка.
20. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка.
21. Дифференциальные уравнения высших порядков, которые допускают понижение порядка:  $y^{(n)} = f(x)$ ;  $F(x, y, y') = 0$ ;  $F(y, y', y'') = 0$ .
22. Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Общее решение.
23. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Общее решение.
24. Системы линейных дифференциальных уравнений первого порядка.

## Вариант №6 контрольной работы №2

**Задача №1.** Вычислить неопределенные интегралы:

а)  $\int \frac{3x^2 - 2}{(x+3)(2x^2 - 3x - 2)} dx;$       б)  $\int \frac{6x-1}{\sqrt{9x^2 + 6x - 2}} dx;$       в)  $\int \frac{\sin^3 x}{\cos^6 x} dx.$

**Задача №2.** Вычислить определенный интеграл:

$$\int_0^2 \ln(x^2 + 4) dx.$$

**Задача №3.** Найти координаты центра веса однородной плоской фигуры, ограниченной дугой синусоиды  $y = \sin x$  и отрезком веже  $Ox$  от  $x_1 = 0$  к  $x_2 = \pi$ .

**Задача №4.** Вычислить несобственный интеграл, или установить его расходимость:

$$\int_e^{\infty} \frac{dx}{x(\ln x)^2}.$$

**Задача №5.** Дано уравнение поверхности в неявной форме  $F(x, y, z) = 0$ . Составить уравнение касательной плоскости и уравнение нормали к данной поверхности в точке  $M_0(x_0; y_0; z_0)$ , если абсцисса  $x_0$  и ордината  $y_0$  этой точки заданы.

$$4xy^2z + x^3y - x^2z + 4y = 0, \quad x_0 = 2, \quad y_0 = -1.$$

**Задача №6.** Найти частное решение дифференциального уравнения, которое удовлетворяет приведенным начальным условиям:

$$(1+x^2)y' + y = \arctg x, \quad y(0) = 1.$$

**Задача №7.** Дано дифференциальное уравнение второго порядка, которое допускает понижение порядка. Найти частное решение, которое удовлетворяет заданным начальным условиям.

$$y'' - e^y y' = 0, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 1.$$

**Задача №8.** Задано линейное неоднородное дифференциальное уравнение второго порядка с постоянными коэффициентами. Найти частное решение, которое удовлетворяет приведенным начальным условиям.

$$y'' - 4y = 4 \sin 2x, \quad y(0) = 2, \quad y'(0) = 7.$$

**Задача №9** Решить систему уравнений и найти частные решения, которые удовлетворяют приведенным начальным условиям.

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = y + t^2, \\ \frac{dy}{dt} = 4x + 2t, \end{cases} \quad x(0) = 2, \quad y(0) = 3.$$

**Вопрос для самопроверки и контроля знаний.**

1. Дайте определение первообразной и неопределенному интегралу.
2. Запишите таблицу интегралов.
3. Сформулируйте методы замены переменной и интегрирования по частям.
4. Сформулируйте правило интегрирования самых простых рациональных дробей.
5. Как вычисляют  $\int R(\sin x, \cos x) dx$  с помощью универсальной тригонометрической подстановки?
6. Методы вычисления интегралов вида  $\int \sin^m x \cos^n x dx$   $\int \sin ax \cos bx dx$ .
7. Дайте определение определенному интегралу. Сформулируйте его геометрические свойства.
8. Правило вычисления определенного интеграла. Формула Ньютона — Лейбница.
9. Замена переменной и интегрирование по частям в определенном интеграле.
10. Приведите примеры применения определенных интегралов.
11. Дайте определение и сформулируйте правило вычисления несобственного интеграла с бесконечными пределами интегрирования.
12. Дайте определение и сформулируйте правило вычисления несобственного интеграла от неограниченных функций.
13. Дайте определение функции многих переменных. Предел. Непрерывность.
14. Частные производные, дифференциал функции многих переменных.
15. Правило исследования функции многих переменных на экстремум.
16. Запишите уравнение касательной плоскости и нормали к поверхности  $F(x, y, z) = 0$  в точке  $M_0(x_0; y_0; z_0)$ .
17. Дайте определение дифференциального уравнения. Порядок дифференциального уравнения. Общее решение. Задача Коши.
18. Дифференциальные уравнения первого порядка с разделяемыми переменными.
19. Однородные дифференциальные уравнения первого порядка.
20. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка.
21. Дифференциальные уравнения высших порядков, которые допускают понижение порядка:  $y^{(n)} = f(x)$ ;  $F(x, y, y') = 0$ ;  $F(y, y', y'') = 0$ .
22. Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Общее решение.
23. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Общее решение.
24. Системы линейных дифференциальных уравнений первого порядка.

## Вариант №7 контрольной работы №2

**Задача №1.** Вычислить неопределенные интегралы:

а)  $\int \frac{9x}{(x-5)(x^2+2x+10)} dx$ ;      б)  $\int \frac{x+2}{\sqrt{4x^2+12x+7}} dx$ ;      в)  $\int 16 \sin^4 x \cdot \cos^4 x dx$ .

**Задача №2.** Вычислить определенный интеграл:

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} x^2 \sin 2x dx.$$

**Задача №3.** Зайти координаты центра веса однородной плоской фигуры, ограниченной кривой  $y = x\sqrt{x}$ , осью  $Ox$  и прямой  $x = 4$ .

**Задача №4.** Вычислить несобственный интеграл, или установить его расходимость:

$$\int_5^{\infty} \frac{dx}{x^2 - 8x + 17}.$$

**Задача №5.** Дано уравнение поверхности в неявной форме  $F(x, y, z) = 0$ . Составить уравнение касательной плоскости и уравнение нормали к данной поверхности в точке  $M_0(x_0; y_0; z_0)$ , если абсцисса  $x_0$  и ордината  $y_0$  этой точки заданы.

$$x^2z - xyz - y^2 - x - 3 = 0, \quad x_0 = -2, \quad y_0 = 3.$$

**Задача №6.** Найти частное решение дифференциального уравнения, которое удовлетворяет приведенным начальным условиям:

$$y' + y = -e^{2x}y^2, \quad y(0) = 1.$$

**Задача №7.** Дано дифференциальное уравнение второго порядка, которое допускает понижение порядка. Найти частное решение, которое удовлетворяет заданным начальным условиям.

$$yy'' = (y')^2, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 3.$$

**Задача №8.** Задано линейное неоднородное дифференциальное уравнение второго порядка с постоянными коэффициентами. Найти частное решение, которое удовлетворяет приведенным начальным условиям.

$$y'' + y' = 3 \cos x - \sin x, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 1.$$

**Задача №9** Решить систему уравнений и найти частные решения, которые удовлетворяют приведенным начальным условиям.

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = x - 2y, \\ \frac{dy}{dt} = 3x + 6y, \end{cases} \quad x(0) = 1, \quad y(0) = -1.$$

**Вопрос для самопроверки и контроля знаний.**

1. Дайте определение первообразной и неопределенному интегралу.
2. Запишите таблицу интегралов.
3. Сформулируйте методы замены переменной и интегрирования по частям.
4. Сформулируйте правило интегрирования самых простых рациональных дробей.
5. Как вычисляют  $\int R(\sin x, \cos x) dx$  с помощью универсальной тригонометрической подстановки?
6. Методы вычисления интегралов вида  $\int \sin^m x \cos^n x dx$   $\int \sin ax \cos bx dx$ .
7. Дайте определение определенному интегралу. Сформулируйте его геометрические свойства.
8. Правило вычисления определенного интеграла. Формула Ньютона — Лейбница.
9. Замена переменной и интегрирование по частям в определенном интеграле.
10. Приведите примеры применения определенных интегралов.
11. Дайте определение и сформулируйте правило вычисления несобственного интеграла с бесконечными пределами интегрирования.
12. Дайте определение и сформулируйте правило вычисления несобственного интеграла от неограниченных функций.
13. Дайте определение функции многих переменных. Предел. Непрерывность.
14. Частные производные, дифференциал функции многих переменных.
15. Правило исследования функции многих переменных на экстремум.
16. Запишите уравнение касательной плоскости и нормали к поверхности  $F(x, y, z) = 0$  в точке  $M_0(x_0; y_0; z_0)$ .
17. Дайте определение дифференциального уравнения. Порядок дифференциального уравнения. Общее решение. Задача Коши.
18. Дифференциальные уравнения первого порядка с разделяемыми переменными.
19. Однородные дифференциальные уравнения первого порядка.
20. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка.
21. Дифференциальные уравнения высших порядков, которые допускают понижение порядка:  $y^{(n)} = f(x)$ ;  $F(x, y, y') = 0$ ;  $F(y, y', y'') = 0$ .
22. Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Общее решение.
23. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Общее решение.
24. Системы линейных дифференциальных уравнений первого порядка.

## Вариант №8 контрольной работы №2

**Задача №1.** Вычислить неопределенные интегралы:

а)  $\int \frac{4x-3}{x(2x-3)^2} dx;$       б)  $\int \frac{3x-4}{\sqrt{21+12x-9x^2}} dx;$       в)  $\int \frac{dx}{4-5\cos x}.$

**Задача №2.** Вычислить определенный интеграл:

$$\int_0^1 x^3 \operatorname{arctg} x dx.$$

**Задача №3.** Зайти координаты центра веса однородной плоской фигуры, ограниченной кривой  $\sqrt{x} + \sqrt{y} = 2$  и осями координат.

**Задача №4.** Вычислить несобственный интеграл, или установить его расходимость:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \operatorname{tg} x dx.$$

**Задача №5.** Дано уравнение поверхности в неявной форме  $F(x, y, z) = 0$ . Составить уравнение касательной плоскости и уравнение нормали к данной поверхности в точке  $M_0(x_0; y_0; z_0)$ , если абсцисса  $x_0$  и ордината  $y_0$  этой точки заданы.

$$x^3 y + 4xyz + y^2 z - x - 3 = 0, \quad x_0 = 1, \quad y_0 = 4.$$

**Задача №6.** Найти частное решение дифференциального уравнения, которое удовлетворяет приведенным начальным условиям:

$$xy' + y = -x^2 y^2, \quad y(1) = 1.$$

**Задача №7.** Дано дифференциальное уравнение второго порядка, которое допускает понижение порядка. Найти частное решение, которое удовлетворяет заданным начальным условиям.

$$y'' - 12y^2 = 0, \quad y(0) = \frac{1}{2}, \quad y'(0) = 1.$$

**Задача №8.** Задано линейное неоднородное дифференциальное уравнение второго порядка с постоянными коэффициентами. Найти частное решение, которое удовлетворяет приведенным начальным условиям.

$$y'' - y' - 6y = 6x^2 - 4x - 3, \quad y(0) = 3, \quad y'(0) = 5.$$

**Задача №9** Решить систему уравнений и найти частные решения, которые удовлетворяют приведенным начальным условиям.

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = x - 3y, \\ \frac{dy}{dt} = x + 5y, \end{cases} \quad x(0) = 1, \quad y(0) = -1.$$

**Вопрос для самопроверки и контроля знаний.**

1. Дайте определение первообразной и неопределенному интегралу.
2. Запишите таблицу интегралов.
3. Сформулируйте методы замены переменной и интегрирования по частям.
4. Сформулируйте правило интегрирования самых простых рациональных дробей.
5. Как вычисляют  $\int R(\sin x, \cos x) dx$  с помощью универсальной тригонометрической подстановки?
6. Методы вычисления интегралов вида  $\int \sin^m x \cos^n x dx$   $\int \sin ax \cos bx dx$ .
7. Дайте определение определенному интегралу. Сформулируйте его геометрические свойства.
8. Правило вычисления определенного интеграла. Формула Ньютона — Лейбница.
9. Замена переменной и интегрирование по частям в определенном интеграле.
10. Приведите примеры применения определенных интегралов.
11. Дайте определение и сформулируйте правило вычисления несобственного интеграла с бесконечными пределами интегрирования.
12. Дайте определение и сформулируйте правило вычисления несобственного интеграла от неограниченных функций.
13. Дайте определение функции многих переменных. Предел. Непрерывность.
14. Частные производные, дифференциал функции многих переменных.
15. Правило исследования функции многих переменных на экстремум.
16. Запишите уравнение касательной плоскости и нормали к поверхности  $F(x, y, z) = 0$  в точке  $M_0(x_0; y_0; z_0)$ .
17. Дайте определение дифференциального уравнения. Порядок дифференциального уравнения. Общее решение. Задача Коши.
18. Дифференциальные уравнения первого порядка с разделяемыми переменными.
19. Однородные дифференциальные уравнения первого порядка.
20. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка.
21. Дифференциальные уравнения высших порядков, которые допускают понижение порядка:  $y^{(n)} = f(x)$ ;  $F(x, y, y') = 0$ ;  $F(y, y', y'') = 0$ .
22. Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Общее решение.
23. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Общее решение.
24. Системы линейных дифференциальных уравнений первого порядка.



## Вариант №9 контрольной работы №2

**Задача №1.** Вычислить неопределенные интегралы:

а)  $\int \frac{2dx}{16x^4 - 1} dx$ ;      б)  $\int \frac{3x+1}{\sqrt{9x^2 - 12x + 5}} dx$ ;      в)  $\int \cos^4 x \cdot \sin^3 x dx$ .

**Задача №2.** Вычислить определенный интеграл:

$$\int_{-1}^0 (2x+3)e^{-2x} dx.$$

**Задача №3.** Зайти координаты центра веса однородной плоской фигуры, ограниченной параболой  $y = \frac{1}{2}x^2$  и прямой  $y = 4 - x$ .

**Задача №4.** Вычислить несобственный интеграл, или установить его расходимость:

$$\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \frac{dx}{1 + \cos x}.$$

**Задача №5.** Дано уравнение поверхности в неявной форме  $F(x, y, z) = 0$ . Составить уравнение касательной плоскости и уравнение нормали к данной поверхности в точке  $M_0(x_0; y_0; z_0)$ , если абсцисса  $x_0$  и ордината  $y_0$  этой точки заданы.

$$yz - x^2 + 2xz + 1 = 0, \quad x_0 = 3, \quad y_0 = -2.$$

**Задача №6.** Найти частное решение дифференциального уравнения, которое удовлетворяет приведенным начальным условиям:

$$y' \sin x - y \cos x = 1, \quad y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0.$$

**Задача №7.** Дано дифференциальное уравнение второго порядка, которое допускает понижение порядка. Найти частное решение, которое удовлетворяет заданным начальным условиям.

$$(y-2)y'' = 2(y')^2, \quad y(0) = 3, \quad y'(0) = 1.$$

**Задача №8.** Задано линейное неоднородное дифференциальное уравнение второго порядка с постоянными коэффициентами. Найти частное решение, которое удовлетворяет приведенным начальным условиям.

$$y'' - 3y' = 3e^{3x}, \quad y(0) = 2, \quad y'(0) = 4.$$

**Задача №9** Решить систему уравнений и найти частные решения, которые удовлетворяют приведенным начальным условиям.

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 2x + y + \cos t, \\ \frac{dy}{dt} = -x + 3 \sin t, \end{cases} \quad x(0) = 2, \quad y(0) = -4.$$

**Вопрос для самопроверки и контроля знаний.**

1. Дайте определение первообразной и неопределенному интегралу.
2. Запишите таблицу интегралов.
3. Сформулируйте методы замены переменной и интегрирования по частям.
4. Сформулируйте правило интегрирования самых простых рациональных дробей.
5. Как вычисляют  $\int R(\sin x, \cos x) dx$  с помощью универсальной тригонометрической подстановки?
6. Методы вычисления интегралов вида  $\int \sin^m x \cos^n x dx$   $\int \sin ax \cos bx dx$ .
7. Дайте определение определенному интегралу. Сформулируйте его геометрические свойства.
8. Правило вычисления определенного интеграла. Формула Ньютона — Лейбница.
9. Замена переменной и интегрирование по частям в определенном интеграле.
10. Приведите примеры применения определенных интегралов.
11. Дайте определение и сформулируйте правило вычисления несобственного интеграла с бесконечными пределами интегрирования.
12. Дайте определение и сформулируйте правило вычисления несобственного интеграла от неограниченных функций.
13. Дайте определение функции многих переменных. Предел. Непрерывность.
14. Частные производные, дифференциал функции многих переменных.
15. Правило исследования функции многих переменных на экстремум.
16. Запишите уравнение касательной плоскости и нормали к поверхности  $F(x, y, z) = 0$  в точке  $M_0(x_0; y_0; z_0)$ .
17. Дайте определение дифференциального уравнения. Порядок дифференциального уравнения. Общее решение. Задача Коши.
18. Дифференциальные уравнения первого порядка с разделяемыми переменными.
19. Однородные дифференциальные уравнения первого порядка.
20. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка.
21. Дифференциальные уравнения высших порядков, которые допускают понижение порядка:  $y^{(n)} = f(x)$ ;  $F(x, y, y') = 0$ ;  $F(y, y', y'') = 0$ .
22. Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Общее решение.
23. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Общее решение.
24. Системы линейных дифференциальных уравнений первого порядка.

## Вариант №10 контрольной работы №2

**Задача №1.** Вычислить неопределенные интегралы:

$$\text{а) } \int \frac{2x^2 + 4}{(x-4)(x+2)^2} dx; \quad \text{б) } \int \frac{x+5}{\sqrt{2-x-x^2}} dx; \quad \text{в) } \int \operatorname{tg}^4 x dx.$$

**Задача №2.** Вычислить определенный интеграл:

$$\int_1^e \frac{\ln^2 x}{x^2} dx.$$

**Задача №3.** Найти координаты центра веса однородной плоской фигуры, ограниченной эллипсом  $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{4} = 1$  и кругом  $x^2 + y^2 = 4$  и расположенной в первом квадранте.

**Задача №4.** Вычислить несобственный интеграл, или установить его расходимость:

$$\int_0^{\infty} x e^{-x^2/2} dx.$$

**Задача №5.** Дано уравнение поверхности в неявной форме  $F(x, y, z) = 0$ . Составить уравнение касательной плоскости и уравнение нормали к данной поверхности в точке  $M_0(x_0; y_0; z_0)$ , если абсцисса  $x_0$  и ордината  $y_0$  этой точки заданы.

$$xyz + x^2 + y^2 z - y^3 + 1 = 0, \quad x_0 = -1, \quad y_0 = 2.$$

**Задача №6.** Найти частное решение дифференциального уравнения, которое удовлетворяет приведенным начальным условиям:

$$xy' + 2y = 3x^5 y^2, \quad y(1) = -1.$$

**Задача №7.** Дано дифференциальное уравнение второго порядка, которое допускает понижение порядка. Найти частное решение, которое удовлетворяет заданным начальным условиям.

$$y'' = 3\sqrt{y+1}, \quad y(2) = 0, \quad y'(2) = 2.$$

**Задача №8.** Задано линейное неоднородное дифференциальное уравнение второго порядка с постоянными коэффициентами. Найти частное решение, которое удовлетворяет приведенным начальным условиям.

$$y'' - 4y' + 5y = 5x - 4, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 3.$$

**Задача №9** Решить систему уравнений и найти частные решения, которые удовлетворяют приведенным начальным условиям.

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = y + e^t, \\ \frac{dy}{dt} = 4x + 2e^t, \end{cases} \quad x(0) = 0, \quad y(0) = 0.$$

**Вопрос для самопроверки и контроля знаний.**

1. Дайте определение первообразной и неопределенному интегралу.
2. Запишите таблицу интегралов.
3. Сформулируйте методы замены переменной и интегрирования по частям.
4. Сформулируйте правило интегрирования самых простых рациональных дробей.
5. Как вычисляют  $\int R(\sin x, \cos x) dx$  с помощью универсальной тригонометрической подстановки?
6. Методы вычисления интегралов вида  $\int \sin^m x \cos^n x dx$   $\int \sin ax \cos bx dx$ .
7. Дайте определение определенному интегралу. Сформулируйте его геометрические свойства.
8. Правило вычисления определенного интеграла. Формула Ньютона — Лейбница.
9. Замена переменной и интегрирование по частям в определенном интеграле.
10. Приведите примеры применения определенных интегралов.
11. Дайте определение и сформулируйте правило вычисления несобственного интеграла с бесконечными пределами интегрирования.
12. Дайте определение и сформулируйте правило вычисления несобственного интеграла от неограниченных функций.
13. Дайте определение функции многих переменных. Предел. Непрерывность.
14. Частные производные, дифференциал функции многих переменных.
15. Правило исследования функции многих переменных на экстремум.
16. Запишите уравнение касательной плоскости и нормали к поверхности  $F(x, y, z) = 0$  в точке  $M_0(x_0; y_0; z_0)$ .
17. Дайте определение дифференциального уравнения. Порядок дифференциального уравнения. Общее решение. Задача Коши.
18. Дифференциальные уравнения первого порядка с разделяемыми переменными.
19. Однородные дифференциальные уравнения первого порядка.
20. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка.
21. Дифференциальные уравнения высших порядков, которые допускают понижение порядка:  $y^{(n)} = f(x)$ ;  $F(x, y, y') = 0$ ;  $F(y, y', y'') = 0$ .
22. Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Общее решение.
23. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Общее решение.
24. Системы линейных дифференциальных уравнений первого порядка.